

Czesław CEMPEL*

TEORIA SZARYCH SYSTEMÓW – NOWA METODOLOGIA ANALIZY I OCENY ZŁOŻONYCH SYSTEMÓW. PRZEGLĄD MOŻLIWOŚCI

Większość złożonych systemów, jakie rozpatruje się w nauce, technologii i gospodarce, ma niepełne i niepewne informacje o swej strukturze i zachowaniu. Do grona metod, jakimi można je analizować i oceniać (probabilistyka, zbiory rozmyte i zgrubne), warto dołączyć teorię szarych systemów (GST), bo nie wymaga ona wielu założeń o wielkości i rozkładzie próbki tkwiących we wspomnianych metodach, a upoważniająca do zastosowań GST minimalna liczba danych $n \geq 4$. Za jej pomocą można prognozować przyszłe zachowanie systemu, oceniać współzależność wektorów obserwacji oraz oceniać efektywność reakcji na możliwe sytuacje i podejmować optymalne decyzje w tym względzie, a także je grupować i badać skupienie.

Słowa kluczowe: szare systemy, niepełna i niepewna informacja, prognozowanie, ocena wpływu, podejmowanie decyzji, grupowanie.

1. WPROWADZENIE

System to **byt** przejawiający swe istnienie przez synergiczne współdziałanie elementów. Wobec tego nie istnieje system jednoelementowy, bo nie rozwinię się w nim synergia, czyli dodatkowa energia (i własności) ze współdziałania części. W systemach złożonych, o których tu mowa, istnieją różnego typu elementy natury materio-energo-informacyjno-pojęciowej [7]; ich organizacja bywa hierarchiczna, a często heterarchiczna [5], gdzie każdy podzespół jest połączony z każdym. Wtedy dodatnia synergia aktywności przejawia się w całej pełni. Zatem mówimy tu o szerokiej klasie systemów, od złożonych maszyn do systemów socjotechnicznych

* Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej.

i społecznych, z gospodarką światową na czele i z możliwością wyłonienia podsystemu, np. w postaci gospodarki krajowej lub jej części, regionalnej czy funkcjonalnej.

Dlaczego systemy są **szare**? Obserwując i rozpatrując funkcjonowanie systemów, potrzebujemy informacji o ich granicach, strukturze wewnętrznej, oddziaływaniu z otoczeniem. Tymczasem w większości przypadków nasze informacje o systemach złożonych są **niepełne**, a czasem nawet **niepewne** [32]. Według ogólnej teorii systemów [43] rzadko mamy do czynienia z systemami białymi (*white box* – biała skrzynka), o których wszystko wiemy. Na ogół mamy systemy szare (*grey box*), kiedy nasza informacja o nich jest ograniczona, lub systemy czarne (*black box*) – kiedy mamy jedynie możliwość obserwacji wejścia i (lub) wyjścia systemu złożonego. Generalnie świat to złożony szary system, a do tego wiele zjawisk w nim zachodzących jest niepewnych¹, jak pogoda, trzęsienia ziemi, nawet plony w rolnictwie, mimo że wiemy, co i w jakiej ilości zostało posiane oraz jak było uprawiane [1].

A więc istnieją co najmniej dwie kategorie szarości systemów złożonych: niepełność informacji i niepewność oddziaływań. Te kategorie szarości mogą jeszcze być uszczegółowione, ale warto tu dodać, że zwykle nasze obserwacje (pomiarów, wyniki badań rynku, opinii itp.) są **nieliczne**, a więc otrzymana informacja o zachowaniu systemu też jest niepełna. Na dodatek na podstawie tak niepełnych i niepewnych informacji należy często oceniać działanie systemu, przewidywać jego zachowanie i podejmować różnorakie **decyzje** funkcjonalne – operacyjne i strategiczne – o dużym znaczeniu technicznym i społecznym.

Podsumowując wprowadzenie: będziemy się zajmowali **szarymi** systemami złożonymi, bo nasze dane o nich są niepełne, niepewne i nieliczne. Zatem nie zastosujemy tu klasycznej statystyki i probabilistyki jak np. Benjamin i Cornell [4] ani zbiorów rozmytych [55], ani też zbiorów zgrubnych [41], bo nie mamy należytej ku temu informacji². Naszym celem jest stworzenie **wiarygodnego modelu** szarego systemu mimo wymienionych braków informacji, by na tej podstawie przewidywać jego zachowanie i podejmować różnorakie decyzje bieżące, czy też antycypacyjne.

2. MOŻLIWOŚCI BADAWCZE TEORII SZARYCH SYSTEMÓW – SS

Teoria szarych systemów (*Grey Systems Theory* – **GST**) powstała stosunkowo niedawno w Chinach, w 1982 r. Stworzył ją profesor uniwersytetu Huaz-hong, Juo-Long **Deng**, i przedstawił w publikacji [17]. Zyskała ona wielu zwolenników

¹ Nie mówimy tu o niepewnościach na poziomie mikro- i nanomaterii, gdzie np. obowiązuje zasada nieoznaczoności Heisenberga, a funkcja falowa Schroedingera ma określoną gęstość prawdopodobieństwa.

² Ten brak informacji o rozkładach jest szczególnie ważki w pomiarach wibroakustycznych (patrz: [3]).

i zaczęła stopniowo uzupełniać wspomniane już trzy podejścia: statystyczne, rozmyte i zgrubne, stosowane do systemów niepewnych. Za jej pomocą zaczęto rozwiązywać wiele problemów praktycznych nauki, technologii, gospodarki i życia społecznego (szkolnictwo, opieka zdrowotna), a chińskie bazy danych notują już kilkanaście tysięcy prac z aplikacją GST [35].

Systemy złożone, o jakich tu mówimy, mają wiele obszarów wpływu na środowisko lub ze środowiska, także z systemów sąsiadujących – kooperujących. Czasami nawet trudno rozróżnić, czy to jest czynnik wpływający na nasz system, czy też reakcja naszego systemu. Mogą one zatem mieć wiele wejść, pobudzających nasz system, jak i wiele wyjść dających reakcje systemu do otoczenia. Z punktu widzenia modelowania będą to systemy wielowejsciowe i wielowyjściowe, a ich obserwacje dadzą nam zbiór wektorów zachowań i wektorów czynników wpływu. Mogą to być np. dwa wektory, jak niżej, ale może też być ich więcej, jeśli interesuje nas wiele zachowań i czynników wpływu w badanym systemie [34]:

$$\mathbf{X}_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)) \quad \mathbf{X}_j = (x_j(1), x_j(2), \dots, x_j(n)) \quad (1)$$

Są to wektory o tej samej długości, zmierzone w momentach obserwacji $k = 1, \dots, n$.

Nie mając dokładnej informacji o zapisanych wektorach obserwacji, nie możemy mieć pewności, czy są one wyjściem, czy też wejściem systemu. Zatem w pierwszej należy zbadać, jakie jest wzajemne podobieństwo wektorów \mathbf{X}_i oraz \mathbf{X}_j . W teorii szarych systemów taki proces badania podobieństwa nazywa się *Grey Incidence (Relation) Analysis* – **GRA**. Analiza ta umożliwia określenie wzajemnych związków różnych czynników i ich wpływu na nasz system. Przyjrzymy się temu trochę bliżej później, ale w pierwszej nakreślimy możliwe spektrum badań za pomocą GST.

Analiza wzajemnych związków między wektorami obserwacji daje nam informacje, jaki jest nasz system w danym momencie czasu. Jednak równie ważne mogą być tendencje rozwojowe, jakie tkwią w naszym systemie. Często chcemy więc się dowiedzieć, jaki jest trend rozwoju danego wektora obserwacji, czyli chcemy wykonać prognozę jego przyszłego zachowania. W tym celu trzeba opracować model szarego systemu. Za pomocą tego modelu uzyskamy **prognozę** przyszłego możliwego zachowania systemu.

Zajmując się systemami wielkimi o niepełnej i niepewnej informacji, jesteśmy często zainteresowani uzyskaniem liczących się efektów działania systemu, kiedy mamy do dyspozycji szereg możliwości wpływu na jego zachowanie. Którą z tych możliwości wybrać – to kwestia uprzedniej oceny efektywności możliwych wariantów i właściwej decyzji wyboru. Wkraczamy na teren szarych modeli podejmowania i oceny decyzji. Zagadnienie to nie jest proste, ale z wolna rozpracowywane w ramach GST w postaci *Grey Decision Making* (GDM) [35]. Oznacza to podejmowanie decyzji za pomocą teorii szarych systemów.

Jest to bardzo obszerny dział zastosowań podstawy GST, który trudno zreferować w krótkim przeglądzie możliwości GST. Główne zastosowania wiążą się tu z produkcją, logistyką i ogólnie z gospodarką zarówno w skali przedsiębiorstwa,

provincji czy regionu, jak i państwa. W sytuacjach tych mamy zawsze zbiór zdarzeń: $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, zbiór możliwych reakcji na te zdarzenia: $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ w drodze do osiągnięcia określonych celów: C_m . Metodologia GST pozwala oszacować efekty w odpowiedzi na sytuację związaną z celem m , czyli: $s_{ij} = (a_i, b_j)^m$, a przez to optymalizować efekty określonych decyzji u_{ij} , czyli doradzać określone decyzje w określonych uwarunkowaniach [32].

3. IDENTYFIKACJA PRZYBLIŻONEGO MODELU SZAREGO SYSTEMU – SS

Założmy, że w pierwszym podejściu będzie chodzić o opracowanie prostego i przybliżonego modelu systemu z jednym obserwowanym wyjściem, niezależnie, czy to będzie pomiar wielkości fizykochemicznych w środowisku, własności psychomotorycznych obserwowanej grupy ludzi (np. kierowców lub pracowników) czy rozmiar stada hodowanych zwierząt. Taki model dogodnie jest tworzyć jako sekwencję dziesięciu lub siedmiu kroków (według różnych źródeł). Drugie z tych podejść zaprezentowano poniżej [32].

Krok 1. Pierwszym krokiem jest uzyskanie wektora obserwacji systemu dokonanych w kolejnych momentach czasu i upewnienie się, że nie zawiera on wartości ujemnych:

$$x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}, \quad x^{(0)}(k) > 0 \quad (2)$$

gdzie $n \geq 4$ to minimalna liczba obserwacji, od której możemy zacząć tworzenie modelu.

Krok 2. Operacja akumulacji na pierwotnym wektorze obserwacji, wygładzająca przypadkowe zakłócenia i uwypuklająca tendencję ewolucyjną zachowania szarego systemu. Uzyskuje się to przez kolejne sumy cząstkowe:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

tworzące nowy, wygładzony wektor obserwacji

$$x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad (4)$$

z oczywistym warunkiem początkowym: $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$.

Krok 3. Założymy teraz, że wygładzony wektor $x^{(1)}$ jest funkcją czasu t i jest rozwiązaniem równania różniczkowego pierwszego rzędu,

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u \quad (5)$$

ze współczynnikiem rozwoju a oraz współczynnikiem wymuszenia u . Będą one później wyznaczone według danych wektora wygładzonego $x^{(1)}$.

Krok 4. Rozwiązanie tego równania różniczkowego dla jednostkowego skoku zmiennej $t = 1$ ma postać:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - u/a] \exp(-ak) + u/a \quad (6)$$

gdzie daszek na zmiennej wygładzonej $\hat{x}^{(1)}$ oznacza jej prognozę przy jeszcze nieznanach współczynnikach a i u , które wyznaczymy w następnym kroku.

Krok 5. W celu wyznaczenia tych współczynników zamienimy równanie różniczkowe (4) na układ równań różnicowych:

$$\begin{aligned} x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) + a x^{(1)}(k) &= u \\ x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) + a x^{(1)}(k+1) &= u \end{aligned} \quad (7)$$

który po przekształceniach da nam układ równań;

$$x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) = -a/2 [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)] + u, \quad k = 1, \dots, n \quad (8)$$

Krok 6. Po rozwinięciu równania (8) dla kolejnych $k = 1, 2, \dots$ i użyciu pierwotnego wektora obserwacji $x^{(0)}$ dostaniemy macierzowe równanie służące do wyznaczenia współczynników a i u :

$$[a, u]^T = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y} \quad (9)$$

gdzie wektor $\mathbf{Y} = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$ a macierz:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.5[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -0.5[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \dots & \dots \\ -0.5[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

Krok 7. Znając współczynniki a i u , możemy pomyśleć o powrocie do pierwotnego wektora obserwacji i do jego prognozy stworzonej na podstawie już znanego **modelu szarego systemu**. By to zrobić, stosujemy operację odwrotną do poprzedniego sumowania cząstkowego, czyli odejmujemy od siebie kolejne prognozy wektorów wygładzonych $x^{(1)}(k)$:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (10)$$

Wracając w ten sposób do pierwotnych zmiennych i rozwiązań, mamy ostatecznie model zachowania szarego systemu i jego prognozę w postaci:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - u/a] (e^{-ak} - e^{-a(k-1)}), \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (11)$$

z wektorem błędu prognozy:

$$\varepsilon = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k)$$

I to jest cały sekret tworzenia najprostszego modelu szarego systemu (SS), zwanego GM(1,1), według pomysłu J.-L. **Denga**, co oznacza szary model pierwszego rzędu z jednym wejściem wymuszającym w postaci parametru u . Jest to model szarego systemu najczęściej stosowany w celu analizy i predykcji zachowania systemów, od naukowych i technicznych do ekonomicznych i społecznych.

4. ANALIZA PODOBIENSTWA WEKTORÓW OBSERWACJI SZARYCH SYSTEMÓW (GRA)

Skupmy się obecnie na badaniu podobieństwa dwu wektorów obserwacji. Jak przedstawiono w relacji (1), mamy tu dwa obrazy zachowania szarego systemu – wektory:

$$\mathbf{X}_i = [x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)]; \quad \mathbf{X}_j = [x_j(1), x_j(2), \dots, x_j(n)] \quad (12)$$

o tej samej długości, zmierzone w momentach obserwacji: $k = 1, \dots, n$.

Na potrzeby dalszych operacji dogodnie jest je wyzerować, odejmując od każdej obserwacji wartość początkową wektora, co wykreślnie mogą symbolizować linie zygzakowate rozpoczynające od zera:

$$\begin{aligned} X_i^0 &= [x_i(1) - x_i(1), x_i(2) - x_i(1), \dots, x_i(n) - x_i(1)] \\ X_j^0 &= [x_j(1) - x_j(1), x_j(2) - x_j(1), \dots, x_j(n) - x_j(1)] \end{aligned} \quad (13)$$

Zdefiniujemy teraz miary zachowania tych linii przez sumowanie, odejmowanie oraz iloraz ich wartości [35]:

$$s_i = \sum_1^n X_i^0 \quad (14)$$

$$s_i - s_j = \sum_1^n X_i^0 - \sum_1^n X_j^0 \quad (15)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + |s_i| + |s_j|}{1 + |s_i| + |s_j| + |s_i - s_j|} \quad (16)$$

Ostatnia zdefiniowana wyżej miara jest znana jako **bezwzględny stopień wpływu** (podobieństwa) między wektorami obserwacji \mathbf{X}_i oraz \mathbf{X}_j . Miara ta ma poniższe właściwości, bardzo istotne dla oceny systemu:

- 1) $0 < \varepsilon_{ij} \leq 1$;
- 2) ε_{ij} jest związana tylko z kształtem geometrycznym wektorów X_i oraz X_j , nie ma natomiast związku z ich przestrzennym ułożeniem;
- 3) każde dwa wektory są choćby minimalnie powiązane, więc ε_{ij} nie przyjmuje wartości zero;
- 4) im bardziej wektory obserwacji są powiązane (podobne), tym większa jest wartość ε_{ij} ;
- 5) jeśli wektory obserwacji są równoległe lub fluktuują wokół siebie, wartość ε_{ij} jest równa lub bliska 1;
- 6) jeśli jeden z wektorów się zmienia, zmienia się też ε_{ij} ;
- 7) jeśli długość wektorów się zmienia, zmianie ulega też ε_{ij} ;
- 8) jest wreszcie relacja tożsamości ($\varepsilon_{ii} = \varepsilon_{jj} = 1$) oraz symetrii ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$).

Jak się wydaje, za pomocą tej miary możemy dobrze ocenić podobieństwo zachowania się pary wektorów, a także ocenić ich stopień powiązania, jeśli wiemy, że jeden z nich reprezentuje czynnik wpływający na szary system, a drugi – reakcje systemu.

Możliwe są sytuacje bardziej złożone, kiedy mamy zbiór wektorów Y_i , $i = 1, \dots, s$, obrazujących zachowanie szarego systemu, a także inny zbiór wektorów czynników wpływających na to zachowanie X_j , $j = 1, \dots, m$. Wtedy bezwzględny stopień wpływu między tymi dwoma zbiorami będzie macierzą: $\varepsilon = (\varepsilon_{ij})_{s \times m}$. W kolejnych jej wierszach będą stopnie wpływu kolejnych wektorów: Y_i , $i = 1, \dots, s$, na czynniki wpływające, opisane wektorami: X_j , $j = 1, \dots, m$.

Są oczywiście jeszcze inne miary bliskości i powiązania, ale ta wydaje się najważniejsza. Więcej na ten temat w obszernej monografii [32] i (lub) na łamach dwu czasopism specjalizujących się w GST i jej aplikacjach.

Dyskretna zmienna niezależna wektorów $k = 1, \dots, n$, w relacji (12) w GST nie zawsze musi oznaczać czasowe momenty pobierania charakterystyk szarych systemów. Może to być też numer kolejny w grupie obserwowanych szarych systemów, a wtedy wskaźniki i lub j wektorów będą opisywały różne charakterystyki szarych systemów. Nasuwa się zatem pomysł pogrupowania szarych systemów według zadanych kryteriów. Obliczając np. miary bliskości wg wzorów (14)–(16), znajdziemy macierz bezwzględnego stopnia wpływu $\varepsilon = (\varepsilon_{ij})_{s \times m}$, która może być najprostszą podstawą grupowania szarych systemów, jeśli zada się tylko kryterium grupowania. Możemy np. powiedzieć, że stopień bliskości obiektów dzielimy na kilka zakresów, np.: $G = (0, 0,25, 0,5, 0,75)$ i w ten sposób systemy najbardziej podobne będą zgrupowane w najwyższej klasie podobieństwa dla $\varepsilon_{ij} > 0,75$. Jest to jedna z najprostszych możliwości grupowania, klasyfikacji i badania skupienia szarych systemów. Więcej ich można znaleźć w cytowanych już pracach [32, 35].

5. PRZEGLĄD NIEKTÓRYCH ZASTOSOWAŃ TEORII SZARYCH SYSTEMÓW (GST)

Rozwój cywilizacyjny to również rozwój samochodowego transportu osobowego, indywidualnego i zbiorowego. Towarzyszą temu niestety wypadki drogowe, dobrze udokumentowane statystycznie; jak wynika z wielu prac (np. [39, 45]), teoria szarych systemów i jej modele umożliwiają najdokładniejsze prognozy spodziewanych wypadków.

Modele prognostyczne szarych systemów mogą również służyć do określenia terminu spodziewanych nadzwyczajnych wydarzeń lub katastrof, takich jak osuwanie się zboczy [16], susze i powodzie [31], zawały i wycieki gazu w kopalniach [40, 51, 56], trzęsienia ziemi [13], a nawet pożary na okręcie [26] i inne zdarzenia nadzwyczajne [23, 59] oraz oceny skuteczności ostrzału z działa [14].

Teoria szarych systemów sprawdziła się również w przewidywaniach gospodarczych [36], w rolnictwie [30], w medycynie [9, 44], w prognozowaniu ruchu na giełdzie [49], rozwoju energetyki [22, 25], przedsiębiorstw turystycznych [46], ruchu lotniczego [20, 27] i ruchu w Internecie [50], a nawet w ocenie kosztów produkcji software'u [29], stanu finansowego firmy [19], prognozowaniu bankructw [42], ofert na aukcji [2], popytu [48] i ilości odpadów stałych do recyklingu [8].

Diagnostyka maszyn i przewidywanie czasu ich odnowy to następny obszar zastosowań GST [6, 24, 37, 38, 60]. Podobnie jest z możliwością oceny uszkodzeń konstrukcji budowlanych [11, 12], a nawet oceny własności betonu na mrozie [28] czy lokalizacji źródeł hałasu [52].

Ocena stanu nie musi dotyczyć maszyny; może też dotyczyć **stanu komfortu** termicznego tak ważnego na stanowiskach pracy [21, 35], jakości powietrza [28, 59] i regionalnej innowacji w Chinach [54]. Wypada też wspomnieć o niecodziennej próbie zastosowań GST do oceny talentu ludzi [53] i pracy nauczycieli [47] oraz w neuropsychologii [15].

Jak już wspomniano, GST stanowi podstawę rozwoju wieloatrybutowego podejmowania decyzji [35], co pokazano na przykładzie wyboru projektu i wykonawcy budynków szkolnych, a także dostawy części i podzespołów do budowy samolotów dostawczych w Chinach [32].

6. REALIZACJE SOFTWARE'OWE OBLICZEŃ GST

Główni twórcy GST w obecnej postaci to autorzy wielu książek i prac z tego zakresu. Na pierwszym miejscu trzeba tu wymienić Si Feng **Liu**, dyrektora Instytutu Szarych Systemów Uniwersytetu Aeronautyki i Astronautyki w Nanjing (Chiny). Jego współpracownicy opracowali nawet specjalny software do obliczeń wg

modeli GST [57], który jest dołączany do niektórych książek wspomnianego autora. Piszący te słowa jest w posiadaniu *Grey system modeling software 6*, opisanego również pokrótce w ostatnim rozdziale książki *Grey Systems, Theory and Applications* (Springer Verlag 2010). System obliczeniowy podzielony jest tu na pięć zastosowań **GST: generacja i wygładzanie wektorów obserwacji, analiza wpływu, analiza szarych skupień, prognozowanie, analiza i podejmowanie decyzji**. Dane do obliczeń wg tego oprogramowania można wprowadzać ręcznie w specjalnych okienkach na panelu komunikacji z użytkownikiem, lub też w postaci plików programu Excel w przypadku większych obliczeń.

7. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono zarys rozwoju teorii szarych systemów, najnowszej (czwartej) metodologii analizy i oceny systemów, gdy informacje o nich są niepełne. Jak wynika z cytowanej literatury, ponad 30-letni okres rozwoju GST zaowocował zastosowaniami we wszystkich dziedzinach nauki, techniki, gospodarki i życia społecznego (szkolnictwo, opieka zdrowotna), w których obserwujemy systemy charakteryzujące się niepełnością i niepewnością danych na temat ich zachowań. Jak wynika z najnowszych badań i zastosowań, GST pozwala ominąć wiele założeń dotyczących metod statystycznych, rozmytych, czy też zgrubnych. Dzięki temu otrzymane wyniki są lepsze, a pakiet zastosowań zarówno formy czystszej GST, jak i jej skojarzenia z innymi metodami, np. rozmytymi (*Grey-Fuzzy*), stale się rozwija.

LITERATURA

- [1] Andrew A.M., Why the world is grey, Grey Systems-Theory and Application, 2011, Vol. 1, No 2, s. 112-116.
- [2] Barczak S., Zastosowanie teorii szarych systemów do przewidywania przyszłych ofert składanych na aukcjach pierwszej ceny poprzez pryzmat modelu szarego systemu, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, 2011, s. 1-18.
- [3] Batko W., Uncertainty in vibroacoustic investigations – research challenges, w: 26. Symposium Vibration in Physical Systems, Poznań-Będlewo, 2014, s. 21-32.
- [4] Benjamin J.R., Cornell C.A., Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna, i teoria decyzji dla inżynierów, WNT, Warszawa 1977, s. 559.
- [5] Caposi A., Myers M., Systems for All, Imperial College Press, London 2001, s. 375.
- [6] Cempel C., Tabaszewski M., Grey System Theory in Application to Modeling and Forecasting in Machine Condition Monitoring, Diagnostyka, 2007, Vol. 42, No. 2, s. 11-18.
- [7] Cempel C., Teoria i inżynieria systemów, Wyd. ITE, Radom 2008, s. 291.

-
- [8] Chen H. W., Chang N-B., Prediction analysis of solid waste generation based on grey fuzzy dynamic modeling, *Resources Conservation & Recycling*, 2000, Vol. 28, s. 1-18
- [9] Chen K.X., The epistemology of grey medical analysis, PhD Dissertation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 1999.
- [10] Chen Q-B., Quin S-R., Application of grey prediction to machinery test and diagnosis, *Journal of China Measurement Technology*, 2007, 05.
- [11] Chen X-Z., Zhu H-P., Chen Ch-Y., Structural damage identification using test static data based on grey systems theory, *Journal of Zhejiang University*, 2005, 6A (8), s. 790-796.
- [12] Chen Y.J., Fu Y.H., Sun H., Grey theory applied in the construction control of steel-pipe-concrete arch bridges, *Journal of Harbing University of Technology*, 2007, Vol. 39, No. 4, s. 546-548.
- [13] Cheng K.H., Chang W.Ch., Grey systems theory for earthquake forecasting, *Journal of International Research Center for the Prevention of Seismic Hazard, China*, 1999, s. 99-108.
- [14] Cheng Q.Y., Qiu W.H., Grey system forecast for firing accuracy of gun, *Journal of System Science and Engineering*, 2001, Vol. 10, No. 2, s. 205-211.
- [15] Cui W., Cui S.F., Theoretical discussion of applying grey system theory to neuropsychological studies, *Grey systems Theory and Applications*, 2011, Vol. 1, No. 3, s. 268-273.
- [16] Dang Y.G., Liu S.F., An improvement on the slope degree of grey incidence, *Engineering Science of China*, 2004, Vol. 6, No 3, s. 41-44.
- [17] Deng J-L., Control Problems of Grey Systems, *Systems and Control Letters*, 1982, Vol. 1, No. 5, North Holland, Amsterdam, s. 288-294.
- [18] Deng J-L., Introduction to grey system theory, *The Journal of Grey System*, 1989, Vol. 1, No 1, s. 1-24.
- [19] Dong F.Y., Development prediction on the finance of Chinese firms based on newly improved GM(1,1) model, *Management Science of China*, 2007, Vol. 15, No. 4, s. 93-97.
- [20] Gan X., Duanmu J., Cong W., Model of grey mean generating function and its application in aviation equipment accident prediction, w: *Advanced Management Science (ICMAS), International Conference IEEE*, 2010, Chengdu, China, s. 521-525.
- [21] Gang Z., Weimin C., Application of improved fuzzy grey correlation analysis to appraisal of factors influencing personal thermal comfort degree, *Journal of Safety and Environment*, 2005, Vol. 5, No. 4, s. 90-93.
- [22] Hsu C.C., Chen C.Y., Application of improved grey prediction model for power demand forecasting, *Energy Conversion and Management*, 2003, Vol. 44, No. 14, s. 2241-2249.
- [23] Jianhua G., The improvement of grey disaster prediction model and the example, *Chinese Science Abstract Series B*, 1995, 14, Part B, 67.
- [24] Jurek K., Zastosowanie teorii szarych systemów w prognozowaniu stanu, *Polskie Stowarzyszenie Zarządzania Wiedzą*, 2011, Vol. 46, s. 107-118.
- [25] Ko A.S., Chang N.B., Optimum planning of co-firing alternative fuels in a power plant by grey nonlinear mixed integer programming model, *Journal of Environmental Management*, 2008, Vol. 88, No. 1, s. 11-27.
- [26] Kuo H.C., Chang H.K., A real-time shipboard fire-detection system based on grey-fuzzy algorithms, *Fire Safety Journal*, 2003, Vol. 38, No. 4, s. 341-363.

-
- [27] Li G-D., Yamaguchi D., Nagai M., A GM(1,1)–Markov chain combined model with an application to predict the number of Chinese international airlines, *Technological Forecasting and Social Change*, September 2006, s. 1-19.
- [28] Li G-D., Yamaguchi D., Nagai M., Prediction of relative dynamic elasticity modulus by extending grey system theory, *Measurement Science and Technology*, 2007, Vol. 18, No. 3.
- [29] Liu J., Qiao J-Z., A grey rough set model for evaluation and selection of software cost estimation methods, *Grey Systems; Theory and Application*, 2014, Vol. 4, No. 1, s. 3-12.
- [30] Liu S.F., Dang Y.G., Li B.J. et al., Computational analysis on the periodic contribution of technological advances in Henan Province, *Journal of Henan Agricultural University*, 1998, Vol. 32, No. 3, s. 203-207.
- [31] Liu S.F., Grey forecast of drought and inundation in Henan Province, *The Journal of Grey Systems*, 1994, Vol. 6, No. 4, s. 279-288.
- [32] Liu S.F., Lin Y., *Grey Systems – Theory and Applications*, Springer-Verlag, Berlin 2010, s. 379.
- [33] Liu S.F., Zhu Y.D., Grey-Econometrics Combined Model, *The Journal of Grey System*, 1996, Vol. 8, No. 1, s. 103-110
- [34] Liu SF., Forrest J., Yang Y., A brief introduction to grey systems theory, *Grey Systems Theory and Application*, 2012, Vol. 2, No. 2, s. 89-104.
- [35] Liu S-F., Forrest J., Yingjie Y., Advances in grey systems research, *The Journal of Grey Systems*, 2013, Vol. 25, No. 2, s. 1-18.
- [36] Liu X.Q., Wang Z.M., *Grey Econometric Models and Applications*, Yellow River Press, Jinan, 1996.
- [37] Luo M.F., Fault detection, diagnosis and prognosis using GST, PhD Engineering, Monash University Australia, 1994.
- [38] Luo M.F., Kuhnell B.T., Diagnosis of rotating machine faults using grey relational grade analysis, *The Bulletin of CMC Monash*, 1991, Vol. 3, No. 1, s. 1-8.
- [39] Mao M., Chirwa E.C., Application of grey model GM(1,1) to vehicle fatality risk estimation, *Technological Forecasting and Social Change*, 2006, No 73, s. 588-605.
- [40] Pan G., Wang S., Forecast accident of deep foundation pit by using grey systems, *Journal of Tongji University*, 1999, 03.
- [41] Pawlak Z., Rough sets, *International Journal of Computer & Information Sciences*, 1982, Vol. 11, No 5, s. 341-356.
- [42] Scarlet E., Delcea C., Complete Analysis of bankruptcy syndrome using grey systems theory, *Grey systems Theory and Applications*, 2011, Vol. 1, No. 1, s. 19-32.
- [43] Skyttner L., *General Systems Theory, ideas & applications*, World Scientific, Singapore 2001, s. 460.
- [44] Tan X.R., Grey medical incidence theory and applications, PhD Dissertation of Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 1997.
- [45] Wang L., Lu H-P., Zheng Y., Macro prediction of traffic accident in Beijing based on model GM (1,N), w: ICCTR 2010 Conference, Towards Sustainable Transportation System, s. 1914-1924.
- [46] Wang Z.X., Pei L.L., System thinking – based grey model for sustainability evaluation of urban tourism, *Kybernetes*, 2014, Vol. 43, No. 3 / 4, s. 462-479.
- [47] Wen K.L., Hsieh W.F., Optimal teacher evaluation based on cardinal grey relational grade, *J. Chien-Kuo Institute of Technology*, April 2003, s. 29-38.

- [48] Werner K., Mierzwiak R., Pochmara J., Teoria systemów szarych jako narzędzie wspomagania prognozowania popytu, *Logistyka*, 2009, No. 2.
- [49] Wu H., Chen F., The application of GST to exchange rate prediction in post-crisis era, *International Journal of Innovative Management, Information & Production*, 2011, Vol. 2, No 2, s. 83-89.
- [50] Wu W.Y., Chen S.P., A prediction method using the grey model GMC(1,n) combined with the grey relational analysis: a case study on Internet access population forecast, *Applied Mathematics and Computation*, 2005, No. 169, s. 198-217.
- [51] Yang J-M., Shi J-J., Xiong S-F., Application of grey systems theory in the prediction of mine safety accident, *Mining Research and Development*, 2004, 01.
- [52] Yang Y., Wang S.W., Hao N.L., Shen X.B., Qi X.H., Online noise source identification based on power spectrum estimation and grey relational analysis, *Applied Acoustics*, 2009, Vol. 70, No. 3, s. 493-497.
- [53] Yi D.S., Grey models and prediction of human talents, *Systems Engineering*, 1987, Vol. 5, No.1, s. 36-43.
- [54] Yuan Ch., Guo B., Liu H., Assessment and classification of China's provincial regional innovation system based on fixed weight clustering, *Grey Systems Theory and Applications*, 2013, Vol. 3, No. 3, s. 316-337.
- [55] Zadeh L.A., Fuzzy sets, *Information and Control*, 1965, Vol. 8, s. 338-353.
- [56] Zhang H., Song W., Hazard source identification of mined-out area based on grey systems theory, red. Zhu et al., *ICICA 2010, LNCS 6377*, 2010, s. 493-500.
- [57] Zheng B., *Grey Systems Modeling Software 6*, Institutes of Grey Systems, Nanning University of Aeronautics and Astronautics, China, 2012.
- [58] Zheng X., Liu M., An overview of accident forecasting methodologies, *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2009, 22, s. 484-491.
- [59] Zhu C.H., Li N.P., Re D., Guan J., Uncertainty in indoor air quality and grey systems method, *Building and Environment*, 2007, Vol. 42, No. 4, s. 1711-1717.
- [60] Zóltowski B., Consideration in diagnostics of the grey systems theory, *Journal of Polish CIMAC*, 2011, Vol. 6, No. 2, s. 191-200.

GREY SYSTEMS THEORY – NEW METHODOLOGY OF ANALYSIS AND EVALUATION OF COMPLEX SYSTEMS

Summary

Most of the complex systems we are considering in science, technology, social care and economy have uncertain and incomplete information concerning the system behaviour, its structure, boundaries, interaction with environment, etc. In order to omit these troubles and information lack, we use sometimes statistics and probabilistic approach, fuzzy and rough sets methodology. As it is shown in this review paper, we can use with much success new methodology – Grey Systems Theory (GST), which do not need any assumption concerning the distribution of sample, and high amount of data, because minimal number of observations for GST use is only $n \geq 4$. Using GST one can forecast the future behaviour of complex system, evaluate interdependence of its observation vectors (cause and effect), and evaluate optimal decisions possible to undertake in a given situations of decision making, as well as clustering of the similar systems.